Planimetrie

Kružnice a množiny bodů

1. DÚ Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku jehož vrcholy leží na ciferníku hodin na cifrách 2, 7 a 11.

2. DÚ Odvoďte vzorec pro obsah trojúhelníku pomocí

   (a) součinu délek stran a poloměru kružnice opsané

   (b) součtu délek stran a poloměru kružnice vepsané

   (viz prezentace shodnost)

3. Je dána kružnice k o poloměru $r = 6cm$ a bod X. Z bodu X vedeme libovolnou sečnu kružnice k, která ji protne v bodech A, B. Nad delší z úseček $\overline{AX}, \overline{BX}$ sestrojíme obdélník o stranách $\overline{AX} \times \overline{BX}$. Jaký má obdélník obsah, pokud je $|XS| = 10cm$?

4. Jsou dány nesoustředné kružnice k_1, k_2 a přímka p. Najděte na přímce p bod X tak, aby $|XT_1| = |XT_2|$, kde T_1, T_2 jsou dotykové body tečen vedených z bodu X ke kružnicím k_1, k_2.

5. DÚ Vypočítejte obvod pravoúhlého trojúhelníku, je-li dán poloměr kružnice opsané $r = 5$ a poloměr kružnice vepsané $\rho = 2$ tomuto trojúhelníku.

6. Tečny kružnice o poloměru r svírají úhel velikosti $108°$. Určete délky oblouků vymezených dotykovými body daných tečen.

7. Je dán čtverec $ABCD$ o straně délky $10cm$. Čtvrťkružnice o středech A, B, C a D a poloměru $10cm$ rozdělí čtverec $ABCD$ na 9 částí. Vypočtěte jejich obsahy.

8. V rovině jsou dány kružnice k_1 a k_2. Sestrojte společné tečny dvou kružnic a diskutujte existenci a počet řešení vzhledem k různým polohám kružnic.

9. DÚ Jsou dány dvě nesoustředné kružnice k_1 a k_2 a úsečky délek u, v. Sestrojte přímku, na které kružnice k_1 oddělí tětivu shodnou s úsečkou u a kružnice k_2 tětivu shodnou s úsečkou v.

10. DÚ (Je nutné dokázat tvrzení ve formě ekvivalence, viz podobný materiál Důkaz věty o chordále v moodle) Určete množinu všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od

    (a) dvou různých pevných bodů v rovině.

    (b) tří různých pevných bodů v rovině.

11. V rovině jsou dány různé body A, B. V závislosti na parametru $k \in \mathbb{R}$ sestrojte množinu všech bodů X, pro které platí:

    (a) $|AX| + |BX| = k$.

    (b) $|AX| - |BX| = k$.

    (c) $|AX| * |BX| = k$.

    (d) $|AX|/|BX| = k$ (s důkazem dle materiálů) .

12. V rovině je dána přímka d a bod F, který na ní neleží. Sestrojte (pravítkem a kružítkem) množinu všech bodů X pro které platí $|FX| = |X, d|$. Zapište konstrukci.

13. (viz moodle: Důkaz věty o chordále) Určete množinu všech bodů, které mají stejnou mocnost od dvou různých nesoustředných kružnic v rovině.

☠ V rovině je dán bod a kružnice. Určete množinu všech bodů, jejichž vzdálenost od daného bodu je stejná jako jejich vzdálenost od bodu dotyku tečny nimi vedené k dané kružnici.

14. V rovině jsou dány tři kružnice. Sestrojte kružnici, která je ke všem ortogonální.

15. Sestrojte trojúhelník $\triangle ABC$, v němž $c = 6, \gamma = 60°, a : b = 2 : 3$.

☠ Na dáné přímce p jsou dány tři různé body B, O, C v tomto pořadí. Kolem bodu O je opsána kružnice k libovolným poloměrem, ale tak, aby body B, C ležely buď vně této kružnice, nebo jeden vně (vzdálenější od O) a druhý na kružnici (bližší k O). Z bodů B, C jsou k ní sestrojeny tečny, které se protnou v bodě X. Jaká je množina bodů X, mění-li kružnice k svůj poloměr?